



# ОТЧЕТ

## ДИНАМИЧЕСКИЕ ОПОРНЫЕ РЕАКЦИИ В БАЛОЧНЫХ, СКЛАДЧАТЫХ И ФЕРМЕННЫХ СИСТЕМАХ

*Автор: Алфёров И.В.*

г. Москва  
31.08.2013

## Содержание

Введение.....	3
1. Динамические опорные реакции в уточненных балочных схемах....	4
2. Динамические опорные реакции при свободных колебаниях плитно-балочных и ферменных систем.....	8
3. Динамические опорные реакции в плитно-балочных системах, совершающих свободные колебания, при совместной работе пролетного строения и опор.....	11
4. Динамические опорные реакции в мостовой ферме при движении подвижной нагрузки.....	14
5. Динамические опорные реакции в балочной ферме при обычном и высокоскоростном движении с учетом сил внутреннего трения в материале.....	18
6. Динамические опорные реакции в разрезной ферме при разнонаправленном движении подвижной нагрузки.....	21
7. Динамические опорные реакции, возникающие в мостовой ферме, вследствие воздействия тормозной силы на пролетное строение.....	23
Заключение.....	28
Список литературы.....	29

## Введение

Данная работа заключается в исследовании динамических опорных реакций в балочных, складчатых и ферменных системах при свободных и вынужденных колебаниях. Наибольшее внимание в нашей работе уделяется горизонтальной опорной реакции, возникающей в шарнирно-неподвижной опорной части, которую принято считать равной нулю. Проведенное исследование выявило, что горизонтальная составляющая опорной реакции при движении по первой форме собственных колебаний составляет примерно половину от вертикальной составляющей, а в некоторых случаях превышает ее, а в случае вынужденных колебаний горизонтальная реакция достигает существенных значений при действии временной нагрузки. Таким образом, данное исследование представляет интерес с инженерной точки зрения. К настоящему моменту времени выполнены следующие этапы исследования: динамические опорные реакции в уточненных балочных схемах; динамические опорные реакции при свободных колебаниях плитно-балочных и ферменных систем; динамические опорные реакции в плитно-балочных системах, совершающих свободные колебания, при совместной работе пролетного строения и опор; динамические опорные реакции в мостовой ферме при движении подвижной нагрузки; динамические опорные реакции в разрезной ферме при разнонаправленном движении подвижной нагрузки; динамические опорные реакции в балочной ферме при обычном и высокоскоростном движении; динамические опорные реакции, возникающие вследствие воздействия тормозной силы на пролетное строение.



## 1. Динамические опорные реакции в уточненных балочных схемах

На первом этапе работы были исследованы динамические опорные реакции, возникающие в балочных системах при свободных колебаниях.

При использовании классических балочных расчетных схем нет возможности учесть фактическое расположение горизонтальной опорной связи. В реальных балках эта связь, как правило, располагается на уровне нижних волокон или даже ниже этого уровня за счет наличия опорной конструкции. С последним обстоятельством связано появление горизонтальной опорной реакции при свободных колебаниях балки [1].

Были рассмотрены одно- и двухпролетные балки прямоугольного поперечного сечения, а также трехпролетные балки переменного сечения (рис. 1.1, 1.2, 1.3). Пролет балки принимался в интервале от 8 до 24 м, высота балки – 1/10 от длины пролета, ширина балки – 20 см. Материал балки по своим упругим и массовым характеристикам приближен к бетону.



Рис. 1.1 Балка однопролетная. Конечно-элементная модель

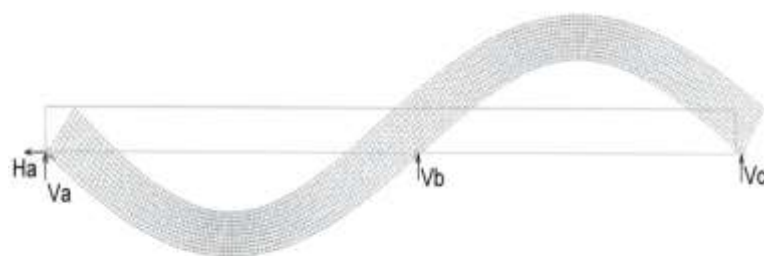


Рис. 1.2 Балка двухпролетная. Конечно-элементная модель



Рис.1.3 Балка трехпролетная переменного сечения. Конечно-элементная модель

Для получения численных значений амплитуд горизонтальной опорной реакции при свободных колебаниях использовалась уточненная конечно-элементная расчетная схема, когда балка моделируется пластинчатыми конечными элементами.

В результате исследования был вычислен коэффициент  $k$  для шарнирно-неподвижной опоры, равный отношению горизонтальной составляющей опорной реакции к вертикальной. Значения коэффициента  $k$  представлены в таблице 1.1.

Табл. 1.1

Значения коэффициента  $k$  для различных балочных схем

Балочная схема	Среднее значение коэффициента $k$
Балка однопролетная с закреплением на уровне нижних волокон	0,557
Балка однопролетная с закреплением на опорной конструкции. Высота закрепления – 30 см	0,923
Балка двухпролетная с закреплением на опорной конструкции. Высота закрепления – 30 см	1,414
Балка двухпролетная с консолями и закреплением на опорной конструкции. Высота закрепления – 30 см	2,569
Балка трехпролетная переменного сечения	2,298

Величина отношения амплитуды горизонтальной опорной реакции к вертикальной  $k$  была определена и аналитически, правда, с рядом упрощающих допущений: форма вертикальных перемещений балки принимается той же, что и в классическом подходе, когда горизонтальная опорная связь установлена на уровне нейтральной оси балки; прогибы балки



определяются без учета деформаций сдвига и местных деформаций; при определении горизонтальных перемещений точек оси балки не учитывается деформация растяжения; частота собственных колебаний имеет то же значение, что для балки, закрепленной на нейтральной оси.

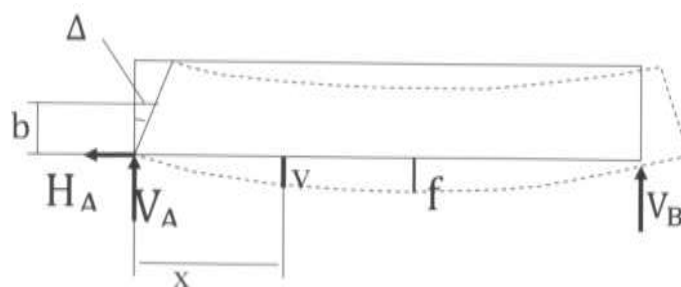


Рис. 1.4 Расчетная схема однопролетной балки

Классическое решение [1] для движения по первой форме при свободных колебаниях дает:

$$y = v(x)\sin\omega t = f\sin\frac{\pi x}{l}\sin\omega t.$$

В амплитудном состоянии:

$$V_A = Q_A = v'''_{x=0}EJ = f\frac{\pi^3}{l^3}EJ, v'_{x=0} = \frac{f}{l}\pi.$$

Амплитудное горизонтальное перемещение (рис. 1.4) соответственно будет:

$$\Delta = v'b = \frac{f}{l}\pi b.$$

Горизонтальное перемещение балки как жесткого диска  $U = \Delta\sin\omega t$ , соответственно амплитудное значение ускорения:  $\ddot{U} = \Delta\omega^2$ .

Для круговой частоты собственных колебаний шарнирно опертой балки известна формула:

$$\omega = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}}.$$

Тогда амплитудная сила инерции, которая равна амплитуде горизонтальной опорной реакции  $H$  составит:

$$H = \Delta\omega^2 ml, \text{ где}$$

$m$  – погонная масса балки.

Следовательно:

$$H = \frac{f}{l} \pi b \frac{\pi^4 EJ}{l^4 m} ml = \frac{f\pi^5 bEJ}{l^4}.$$

Теперь найдем значение  $k$  из аналитического решения:

$$k = \frac{H}{V_A} = \frac{\pi^2 b}{l}.$$

Поскольку амплитудная сила инерции приложена с плечом  $b$  относительно точек крепления, она будет несколько менять значения вертикальных опорных реакций.

Используя уравнения равновесия для приращения реакции  $V_B$ , придем к формуле:

$$\frac{\Delta V_B}{V_B} = \frac{Hb}{V_B l} = k \frac{b}{l}.$$

Теперь можно сравнить то, что дает метод конечных элементов (МКЭ) для  $k$  с результатами аналитического решения. Например, для однопролетной балки МКЭ дает коэффициент  $k=0,557$ , аналитическое решение дает  $k=0,5$ . Таким образом, имеем удовлетворительное совпадение полученного аналитического решения с численным.

Полученные значения коэффициента  $k$  позволяют сделать вывод о наличии горизонтальной составляющей опорной реакции, которая оказалась больше вертикальной составляющей.



## 2. Динамические опорные реакции при свободных колебаниях плитно-балочных и ферменных систем

Далее были рассмотрены плитно-балочные системы с сечением и размерами типового пролетного строения под железнодорожную нагрузку. Расчетная длина пролета была взята 15,8 и 33,5 м, высота балки – 190 и 249 см соответственно (рис. 2.1, 2.2), одно- и двухпролетные ферменные системы с длиной пролета 55 м, шириной фермы – 3,9 м, высотой фермы – 6 м (рис. 2.3, 2.4).

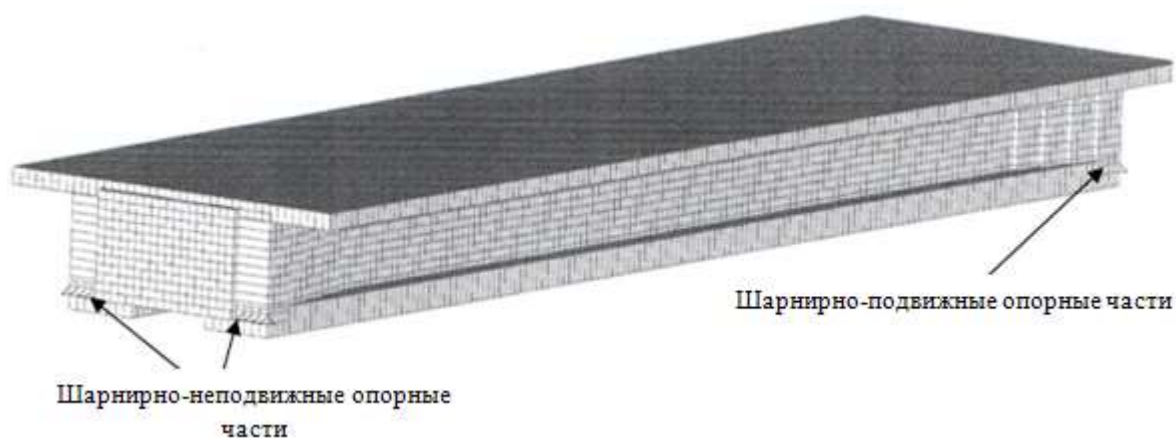


Рис. 2.1 Плитно-балочная система  $l_p=15,8$  м. Конечно-элементная модель

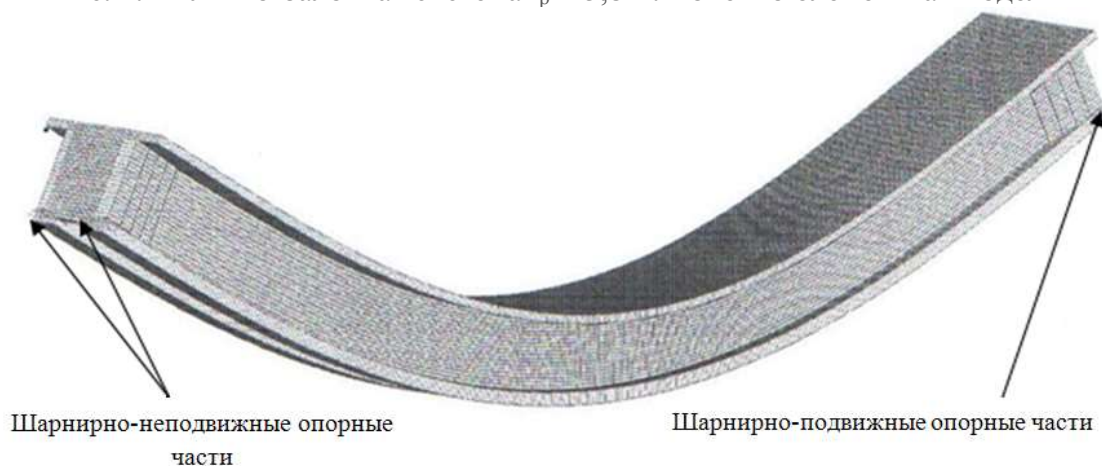


Рис. 2.2 Плитно-балочная система  $l_p=33,5$  м. Первая форма свободных колебаний, амплитудное состояние. Конечно-элементная модель

Материал плитно-балочных систем по своим упругим и массовым характеристикам приближен к бетону ( $E=35000$  МПа,  $\mu=0,2$ ,  $\rho_m=2500$  кг/м<sup>3</sup>)



Материал ферменных систем по своим упругим и массовым характеристикам приближен к стали ( $E=210000$  МПа,  $\mu=0,25$ ,  $\rho_m=8000$  кг/м<sup>3</sup>).

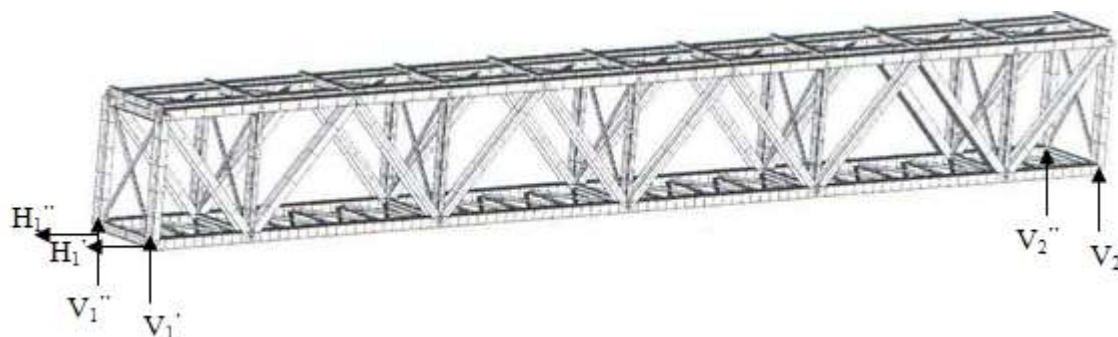


Рис. 2.3 Однопролетная ферменная система

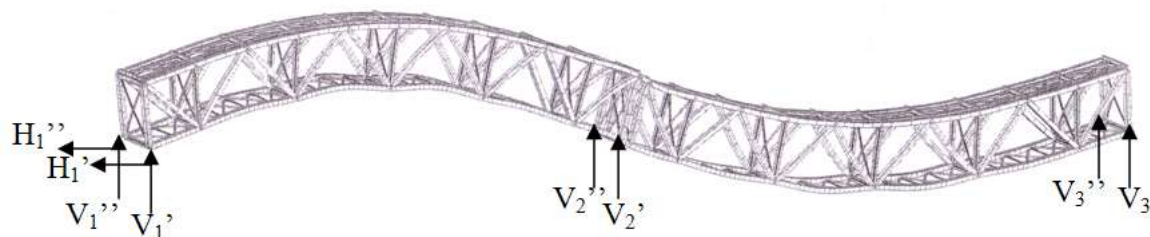


Рис. 2.4 Двухпролетная ферменная система. Первая форма свободных колебаний, амплитудное состояние

Для получения численных значений амплитуд горизонтальной опорной реакции при свободных колебаниях использовалась уточненная элементная расчетная схема, когда конструкция моделируется конечными элементами [2]. При расчете плитно-балочных систем использовались пластинчатые конечные элементы, при расчете ферменных систем – стержневые конечные элементы.

В результате исследования был найден коэффициент  $k$ , который представляет собой отношение суммарной горизонтальной опорной реакции в месте шарнирно-неподвижного крепления к суммарной вертикальной динамической опорной реакции (учитываются только динамические добавки к реакциям, возникающие при гармонических колебаниях). В принятых расчетных схемах плитно-балочных систем опирание моделируется постановкой опорных связей в нескольких опорных узлах (рис. 2.5). При этом под вертикальной опорной реакцией понималась алгебраическая сумма

вертикальных опорных реакций в опорных узлах, аналогично для горизонтальных опорных реакций. Рассматривались колебания по собственным формам, которые для балочных схем являются первыми формами с минимальной собственной частотой. Значения коэффициента  $k$  даны в таблице 2.1.

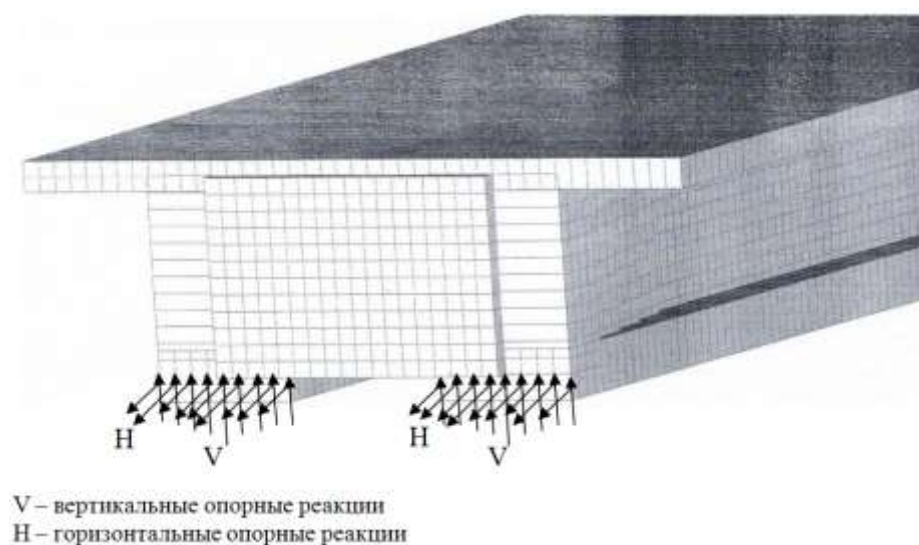


Рис. 2.5 Моделирование опорных закреплений в плитно-балочной системе

Табл. 2.1

Значения коэффициента  $k$  для различных расчетных схем

Вид рассматриваемой конструкции	Значение коэффициента $k$
Плитно-балочная система ( $l_p=15,8$ м, $h=190$ см)	0,449
Плитно-балочная система ( $l_p=33,5$ м, $h=249$ см)	0,407
Однопролетная ферменная систем	0,579
Двухпролетная ферменная система	1,882

Проведенное исследование показало, что амплитудное значение горизонтальной составляющей опорной реакции составляет примерно половину амплитудного значения вертикальной составляющей, а в некоторых случаях превышает его.



### 3. Динамические опорные реакции в плитно-балочных системах, совершающих свободные колебания, при совместной работе пролетного строения и опор

Следующим этапом работы было исследование горизонтальной составляющей опорной реакции, возникающей в шарнирно-неподвижной опорной части плитно-балочной системы, совершающей свободные колебания, при совместной работе пролетного строения и опор.

Ранее было выявлено, что горизонтальная составляющая опорной реакции при движении по первой форме собственных колебаний составляет примерно половину от вертикальной составляющей, а в некоторых случаях превышает ее [2, 3]. Причиной появления горизонтальной составляющей опорной реакции является то, что опорная часть в реальных балках всегда располагается не на нейтральной оси, а сдвинута вниз.

Поскольку реальные балки опираются на податливые массивные опоры, интерес представляет рассмотрение совместной расчетной схемы балки с опорой.

Для расчета были взяты плитно-балочные системы с сечением и размерами типового пролетного строения под железнодорожную нагрузку (расчетная длина пролета была взята 15,7, 22,8 и 32,7 м, высота балки – 1,4, 1,85 и 2,49 м соответственно). Высота опоры равна 7 м, ширина – 2 м, длина – 8 м (рис. 3.1).

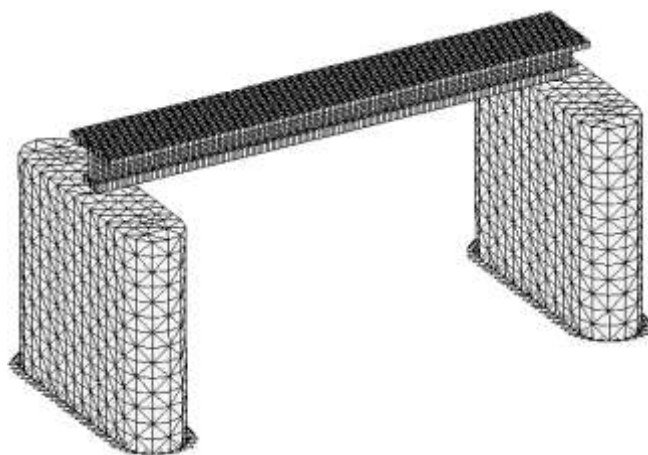


Рис. 3.1 Пролетное строение с опорами. Конечно-элементная модель

Для получения численных значений горизонтальной опорной реакции при свободных колебаниях использовалась конечная элементная расчетная схема (рис. 3.1). Для моделирования пролетного строения использовались пластинчатые конечные элементы, для моделирования опор – объемные конечные элементы.

Материал пролетного строения и опор по своим упругим и массовым характеристикам приближен к бетону ( $E=35000$  МПа,  $\mu=0,2$ ,  $\rho_m=2500$  кг/м<sup>3</sup>). Материал опорной части – приближен к стали ( $E=200000$  МПа,  $\mu=0,3$ ,  $\rho_m=8000$  кг/м<sup>3</sup>).

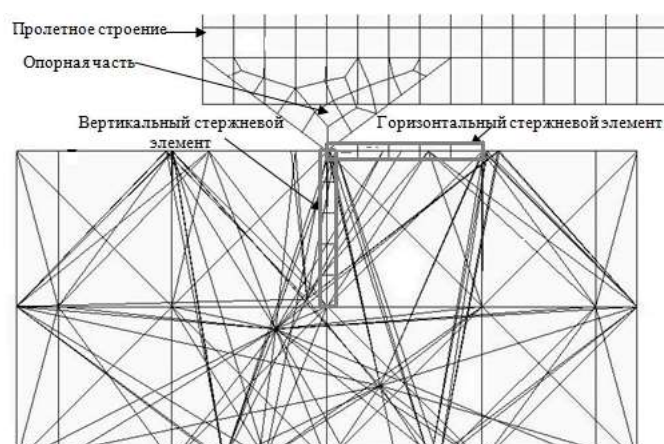


Рис. 3.2 Присоединение пролетного строения к опоре стержневыми элементами

Опорная часть присоединяется к опоре при помощи условных стержневых элементов, усилия в которых и являются опорными реакциями в балке (рис. 3.2).

В результате исследования был вычислен коэффициент  $k$ , который представляет собой отношение горизонтальной опорной реакции в месте шарнирно-неподвижного крепления к вертикальной опорной реакции. Для целей сравнения расчет проводился дважды: сначала пролетное строение опиралось на массивные опоры при помощи условных стержневых элементов, затем пролетное строение имело классическое закрепление в виде шарнирно-неподвижной и шарнирно-подвижной опоры. Значения



коэффициента  $k$  при разном способе закрепления и разной длине пролета представлены в таблице.

Значения коэффициента  $k$  при разном способе закрепления и разной длине пролета

Способ закрепления пролетного строения	Классическое закрепление пролетного строения	Опираие пролетного строения на массивные опоры	Длина пролета, м
$k$	0,721	0,938	15,7
Частота колебаний, Гц	10,999	10,849	
$k$	0,57	0,663	22,8
Частота колебаний, Гц	7,129	7,079	
$k$	0,472	0,511	32,7
Частота колебаний, Гц	4,704	4,686	

Анализируя полученные данные, можно сделать вывод о том, что учет массивных упругих опор практически не влияет на первую частоту колебаний, но увеличивает коэффициент  $k$  на величину до 30%, причем большее увеличение имеет место для меньших пролетов.

#### **4. Динамические опорные реакции в мостовой ферме при движении подвижной нагрузки**

До этого момента исследовались динамические опорные реакции в системах, совершающих свободные колебания [2, 3, 4, 5]. Интерес представляет исследование этого вопроса в случае вынужденных колебаний. Поэтому далее были исследованы динамические опорные реакции, возникающие в мостовой ферме при движении подвижной нагрузки [6].

Нами была создана расчетная схема, которая позволяет моделировать динамическое поведение системы: пролетное строение и движущийся экипаж. Как пролетное строение, так и движущийся экипаж представляют из себя деформируемые упругие системы. Силы взаимодействия между подвижным составом и пролетным строением получаются в результате интегрирования совместных уравнений движения пролетного строения и экипажа.

Для создания расчетной схемы была использована программа, разработанная на кафедре «Строительная механика» [7].

Особенности использования расчетной схемы заключаются в том, что вся конструкция: как элементы подвижного состава, так и элементы фермы представляются в виде точечных сосредоточенных масс, соединенных стержнями, работающими на растяжение-сжатие. Силы взаимодействия между подвижным составом и пролетным строением получаются в результате решения контактной задачи [7, 8].

Расчетная схема была получена таким образом, чтобы по возможности отразить как деформационные свойства, так и распределение масс в реальной системе. Были выбраны характеристики железнодорожной фермы с пролетом 55 м (рис. 4.1).



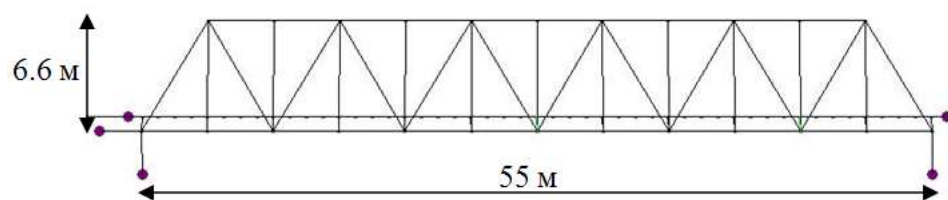


Рис. 4.1 Расчетная схема

Подвижной состав был представлен локомотивом ВЛ23 с одним нагруженным вагоном (рис. 4.2).

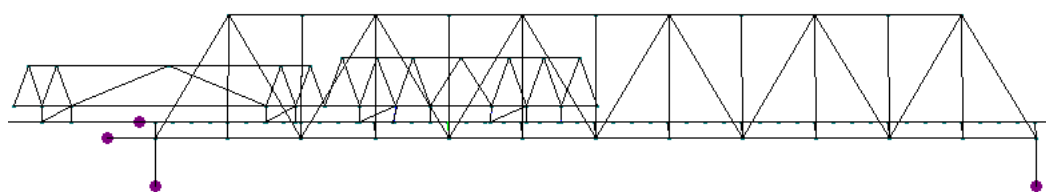


Рис. 4.2 Мостовая ферма с подвижным составом

Первый этап решения задачи заключался в определении усилий от собственного веса конструкции. Далее точкам экипажа сообщалась начальная горизонтальная скорость, равная скорости движения поезда, дальнейшее движение его есть движение по инерции.

Способ решений уравнений движения основан на явной схеме интегрирования по Адамсу. Задача решается с малым временным шагом. В каждый момент времени определяются координаты, скорости всех точечных масс, внутренние усилия во всех элементах системы и контактные силы взаимодействия между экипажем и фермой.

Результат решения представлен в виде графиков зависимости искомых факторов от времени. Например, на рис. 4.3 представлены начальные участки графиков (даны для отрезка времени 3 сек.) изменения искомых факторов от времени при скорости движения экипажа 100 км/ч.

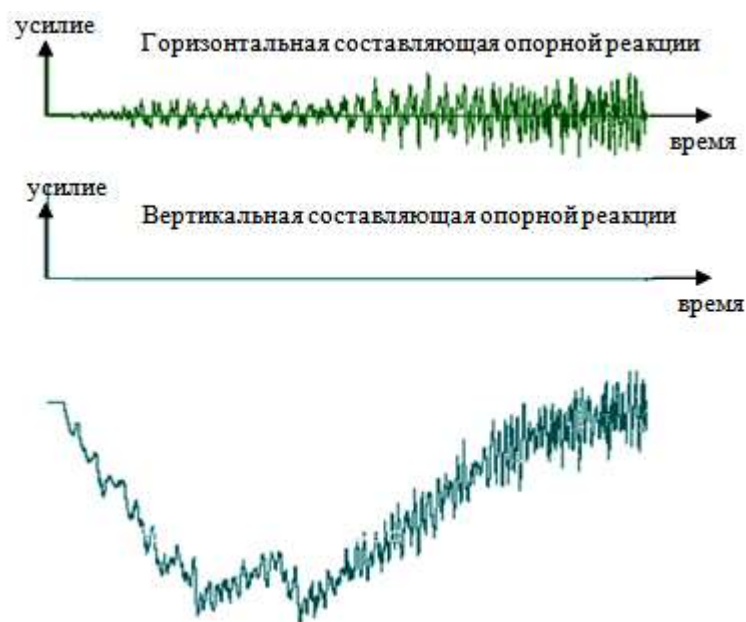


Рис. 4.3 Начальные участки графиков (даны для отрезка времени 3 сек.) изменения искомых факторов от времени при скорости движения экипажа 100 км/ч

График вертикальной опорной реакции начинается со статического значения, равного половине веса фермы. За период прохождения подвижной нагрузки программа фиксирует *max* и *min* значения усилий.

Для целей нашего исследования наибольший интерес представляет горизонтальная составляющая опорной реакции. В табл. 4.1 приведена зависимость максимальных значений искомых факторов от скорости движения экипажа.

Табл. 4.1  
Зависимость максимальных значений искомых факторов от скорости движения экипажа

Скорость движения экипажа, км/ч	$N_{гор}$ , кН	$N_{верт}$ , кН
5	21,9	-2539,9
10	47,2	-2548,6
30	122	-2566,6
50	206,9	-2597,5
70	165,5	-2566,1
100	460,9	-2662,2
120	274,7	-2605,7
140	336,3	-2625,7
160	382,8	-2675,4
180	444,4	-2745,1
200	772,6	-2712,7
250	686,4	-2794,2



300	1133,6	-2726,0
350	509,0	-2839,2
400	976,3	-2693,5
450	1145,0	-2831,6
500	1492,6	-3033,4

Поскольку решается сложная многокомпонентная задача, то представляет интерес слежение за сходимостью по временному шагу. Так в табл. 4.2 представлены результаты изменения искомых факторов при скорости движения экипажа 100 км/ч при разном шаге по времени.

Табл. 4.2

Результаты изменения искомых факторов при скорости движения экипажа 100 км/ч при разном шаге по времени

Шаг по времени $\Delta t$ , сек.	$N_{гор}$ , кН	$N_{верт}$ , кН
0,000064977	460,90769	-2662,18822
0,000032489	460,49394	-2662,17242
0,000021659	460,47908	-2662,17082
0,000016244	460,47450	-2662,17121

Таким образом, имеем удовлетворительное совпадение искомых факторов при разном шаге по времени.

Для рассмотренного типа подвижного состава реальная скорость не превышает значение 150 км/ч, тем не менее в табл. 4.1 мы поместили значения динамических реакций при больших скоростях. Приведенные значения показывают, что для диапазона скоростей, соответствующего скоростному транспорту, возникают большие динамические эффекты, в том числе резко возрастает горизонтальная составляющая опорной реакции.

## 5. Динамические опорные реакции в балочной ферме при обычном и высокоскоростном движении с учетом сил внутреннего трения в материале

Далее была исследована горизонтальная составляющая опорной реакции, возникающая в шарнирно-неподвижной опорной части мостовой фермы при обычном и высокоскоростном движении с учетом сил внутреннего трения. Расчетная схема и подвижной состав представлены на рис. 4.1, 4.2.

Результаты рассматриваемой динамической задачи существенным образом зависят от учета сил сопротивления. При получении приводимых ниже результатов решения учитывались силы внутреннего трения в материале с использованием обобщенной модели Прандтля [9]. Один из вариантов рассматривался дважды: с учетом и без учета сил внутреннего трения (рис. 5.1, 5.2).

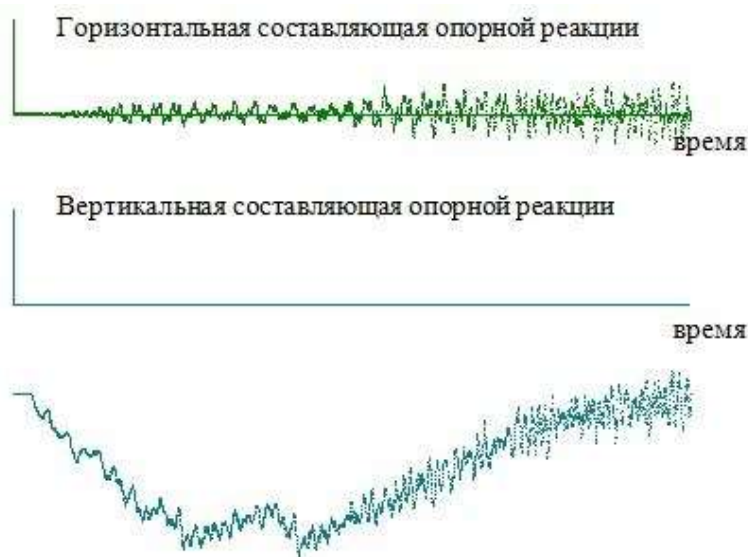


Рис. 5.1 Начальные участки графиков (даны для отрезка времени 3 сек.) изменения искомых факторов от времени при скорости движения подвижного состава 100 км/ч без учета сил внутреннего трения



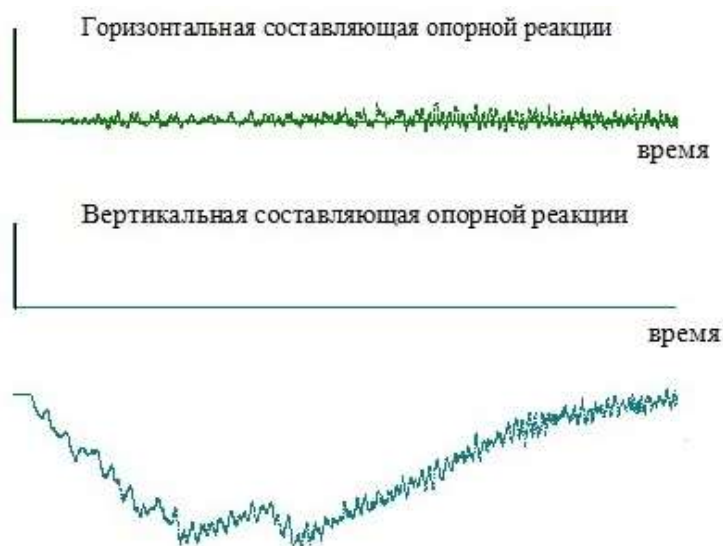


Рис. 5.2 Начальные участки графиков (даны для отрезка времени 3 сек.) изменения искомых факторов от времени при скорости движения подвижного состава 100 км/ч с учетом сил внутреннего трения

Анализируя полученные данные можно сделать вывод о том, что учет сил внутреннего трения существенно влияет на изменение горизонтальной составляющей опорной реакции, в меньшей степени на изменение вертикальной составляющей опорной реакции. Так, например,  $N_{гор}=460,9$  кН,  $N_{верт}=2662,2$  кН (без учета сил внутреннего трения);  $N_{гор}=200,4$  кН,  $N_{верт}=2626,4$  кН (с учетом сил внутреннего трения). Так образом, учет внутреннего трения уменьшает горизонтальную составляющую примерно на 56,5%, вертикальную составляющую на 1,3%.

График вертикальной опорной реакции начинается со статического значения, равного половине веса фермы. За период прохождения подвижной нагрузки программа фиксирует max и min значения усилий.

В табл. 5.1 приведена зависимость экстремальных значений искомых факторов от скорости движения и веса подвижного состава. Значения даны с учетом сил внутреннего трения.

Табл. 5.1

Зависимость экстремальных значений искомых факторов от скорости движения и веса подвижного состава

Вес подвижного состава, т	238	119	59,5
Скорость движения подвижного состава 50 км/ч			
$N_{гор}$ , кН	143,3	48,1	23,4
$N_{верт}$ , кН	-2571,6	-1760,8	-1359,9
Скорость движения подвижного состава 100 км/ч			
$N_{гор}$ , кН	200,4	59,9	39,0
$N_{верт}$ , кН	-2626,4	-1766,7	-1379,9
Скорость движения подвижного состава 200 км/ч			
$N_{гор}$ , кН	296,7	113,0	53,7
$N_{верт}$ , кН	-2674,8	-1806,5	-1401,1
Скорость движения подвижного состава 400 км/ч			
$N_{гор}$ , кН	492,7	228,6	106,0
$N_{верт}$ , кН	-2649,7	-1867,7	-1457,7

Поскольку решается весьма сложная многокомпонентная задача, то представляет интерес слежение за сходимостью по временному шагу. Так в табл. 5.2 представлены результаты изменения искомых факторов при скорости движения экипажа 100 км/ч при разном шаге по времени.

Табл. 5.2

Результаты изменения искомых факторов при разном шаге по времени

Шаг по времени $\Delta t$ , сек.	$N_{гор}$ , кН	$N_{верт}$ , кН
0,000064977	200,37997	-2626,38790
0,000032489	200,36804	-2626,38582
0,000021659	200,36706	-2626,38514
0,000016244	200,36683	-2626,38540
0,0000081221	200,36709	-2626,38527

Таким образом, имеем удовлетворительное совпадение искомых факторов при разном шаге по времени.

Приведенные значения в табл. 5.1 показывают, что величина динамической горизонтальной опорной реакции достигает существенных значений при движении временной нагрузки. Особенно этот эффект проявляется при скоростях движения, соответствующих скоростному транспорту.



## 6. Динамические опорные реакции в разрезной ферме при разнонаправленном движении подвижной нагрузки

В данном разделе исследуются динамические опорные реакции, возникающие в мостовой ферме при разнонаправленном движении подвижной нагрузки (сначала подвижной состав наезжает со стороны шарнирно-неподвижного крепления, затем – со стороны шарнирно-подвижного крепления). Расчетная схема и подвижной состав представлены на рис. 4.1, 4.2.

Расчет проводился в двух направлениях: сначала горизонтальная и вертикальная связи располагались в левом узле (рис. 6.1, табл. 6.1), затем в правом узле фермы (рис. 6.2, табл. 6.2).

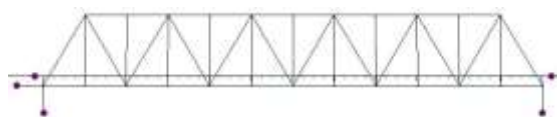


Рис. 6.1 Вертикальная и горизонтальная связи расположены в левом узле фермы

Табл. 6.1  
Зависимость экстремальных значений искомых факторов от скорости движения и веса подвижного состава. Вертикальная и горизонтальная связи расположены в левом узле фермы

Вес подвижного состава, т	238	119	59,5
Скорость движения подвижного состава 50 км/ч			
Нгор, кН	143,3	48,1	23,4
Нверт, кН	-2571,6	-1760,8	-1359,9
Скорость движения подвижного состава 100 км/ч			
Нгор, кН	200,4	59,9	39,0
Нверт, кН	-2626,4	-1766,7	-1379,9
Скорость движения подвижного состава 200 км/ч			
Нгор, кН	296,7	113,0	53,7
Нверт, кН	-2674,8	-1806,5	-1401,1
Скорость движения подвижного состава 400 км/ч			
Нгор, кН	492,7	228,6	106,0
Нверт, кН	-2649,7	-1867,7	-1457,7

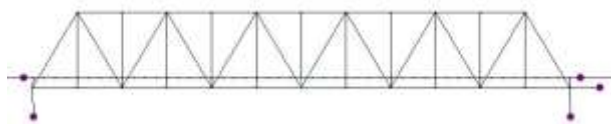


Рис. 6.2 Вертикальная и горизонтальная связи расположены в правом узле фермы

Табл. 6.2

Зависимость экстремальных значений искомых факторов от скорости движения и веса подвижного состава. Вертикальная и горизонтальная связи расположены в правом узле фермы

Вес подвижного состава, т	238	119	59,5
Скорость движения подвижного состава 50 км/ч			
Нгор, кН	217,8	54,6	30,5
Нверт, кН	-2806,8	-1881,1	-1419,2
Скорость движения подвижного состава 100 км/ч			
Нгор, кН	160,4	76,6	38,5
Нверт, кН	-2909,5	-1900,5	-1448,9
Скорость движения подвижного состава 200 км/ч			
Нгор, кН	324,7	107,3	66,8
Нверт, кН	-3026,3	-1969,5	-1509,4
Скорость движения подвижного состава 400 км/ч			
Нгор, кН	492,4	244,6	121,1
Нверт, кН	-3763,1	-2281,5	-1521,6

Анализируя полученные данные можно сделать вывод о том, что в случае смены направления подвижной нагрузки при скоростях движения подвижного состава 100, 200, 400 км/ч величина горизонтальной опорной реакции отличается на величину до 16%, а при скорости 50 км/ч – на 74%. Вертикальная опорная реакции близка к соответствующему статическому значению.



## 7. Динамические опорные реакции, возникающие в мостовой ферме, вследствие воздействия тормозной силы на пролетное строение

В этом разделе исследуется горизонтальная составляющая опорной реакции, возникающая в мостовой ферме, вследствие воздействия на пролетное строение тормозной силы.

Цель данного расчета: выяснить какую часть от тормозной силы составляет горизонтальная опорная реакция.

Была использована та же расчетная схема, что и раньше, но внесены некоторые изменения (рис. 7.1). Была сделана новая проезжая часть, состоящая из продольных и поперечных стальных балок с сечением в виде двутавра. Проезжая часть присоединена к пролетному строению в каждом нижнем узле фермы тремя стрелками (1 вертикальный и 2 горизонтальных), площадь поперечного сечения которых была найдена из равенства  $\frac{P l^3}{3EJ} = \frac{P l}{2EA}$ .

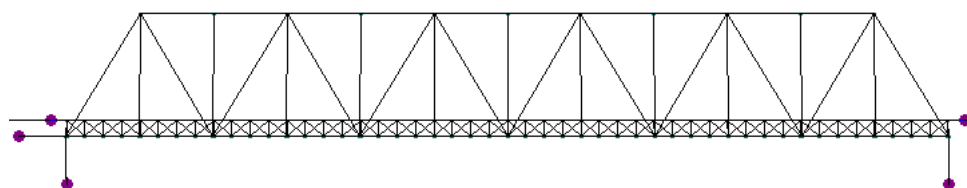


Рис. 7.1 Мостовая ферма с пролетом 55 м

Подвижной состав был представлен локомотивом с одним нагруженным вагоном. Были рассмотрены три уровня подвижной нагрузки, когда ее суммарная масса составляла 238, 119, 59,5 т.

При решении данной задачи приближенно было принято следующее допущение: после начала торможения происходит заклинивание всех колес и далее происходит скольжение колес по рельсу. Ограничение величины тормозной силы достигается уменьшением коэффициента трения по Кулону. Далее планируется более строгое решение этой задачи.

В целях сравнения полученных значений горизонтальной реакции было рассмотрено 3 варианта момента начала торможения: при въезде на мост, посередине моста, при съезде с моста (рис. 7.2, 7.3, 7.4). Коэффициент трения принимался от 0 до 0,5, скорость подвижного состава принималась равной 50, 100, 200 и 400 км/ч.

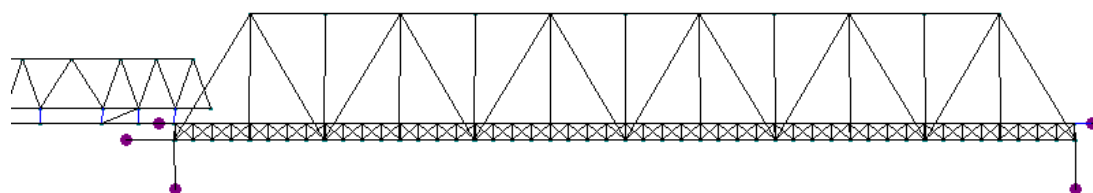


Рис. 7.2 Торможение при въезде на мост

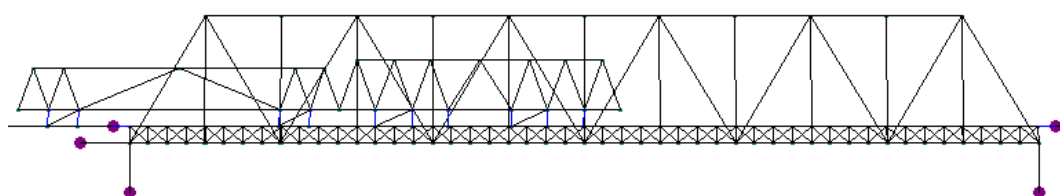


Рис. 7.3 Торможение посередине моста

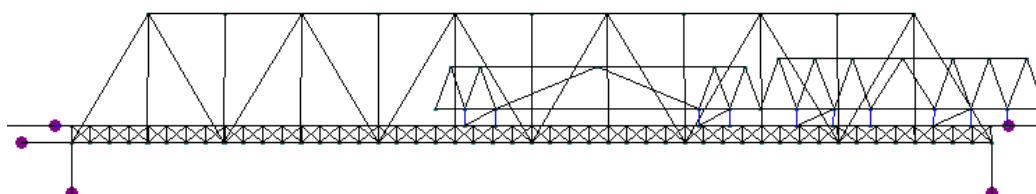


Рис. 7.4 Торможение при съезде с моста

За период прохождения подвижной нагрузки программа фиксирует max и min значения усилий. В табл. 7.1, 7.2, 7.3 приведены max значения горизонтальной опорной реакции, возникающей в результате вынужденных колебаний и воздействия тормозной силы на пролетное строение при скоростях движения подвижного состава 50 и 100 и 400 км/ч и коэффициентах трения 0, 0,1, 0,2 и 0,5.



Табл. 7.1

Значения горизонтальной опорной реакции, возникающей в результате воздействия тормозной силы на пролетное строение в случае торможения при въезде на мост. Значения даны в кН

Масса подвижного состава, т	<b>238</b>	<b>119</b>	<b>59,5</b>
Скорость движения ПС <b>50 км/ч</b>			
$k_{тр.}=0$	196,2	88,0	37,5
$k_{тр.}=0,1$	421,8	187,9	95,6
$k_{тр.}=0,2$	856,8	317,5	152,6
$k_{тр.}=0,5$	5450,3	921,1	355,9
Скорость движения ПС <b>100 км/ч</b>			
$k_{тр.}=0$	347,2	145,6	72,7
$k_{тр.}=0,1$	815,8	296,1	118,6
$k_{тр.}=0,2$	1181,8	375,6	196,7
$k_{тр.}=0,5$	2220,7	885,3	431,1
Скорость движения ПС <b>400 км/ч</b>			
$k_{тр.}=0$	1369,0	350,0	220,1
$k_{тр.}=0,1$	1883,9	546,5	288,9
$k_{тр.}=0,2$	2182,5	653,4	377,5
$k_{тр.}=0,5$	4711,6	1337,7	554,3

Табл. 7.2

Значения горизонтальной опорной реакции, возникающей в результате воздействия тормозной силы на пролетное строение в случае торможения посередине моста. Значения даны в кН

Масса подвижного состава, т	<b>238</b>	<b>119</b>	<b>59,5</b>
Скорость движения ПС <b>50 км/ч</b>			
$k_{тр.}=0$	196,2	88,0	37,5
$k_{тр.}=0,1$	482,0	273,6	149,6
$k_{тр.}=0,2$	909,9	478,8	274,0
$k_{тр.}=0,5$	2233,0	1147,1	606,7
Скорость движения ПС <b>100 км/ч</b>			
$k_{тр.}=0$	347,2	145,6	72,7
$k_{тр.}=0,1$	716,7	300,9	158,7
$k_{тр.}=0,2$	1305,9	497,1	248,4
$k_{тр.}=0,5$	2566,5	1165,1	580,0
Скорость движения ПС <b>400 км/ч</b>			
$k_{тр.}=0$	1369,0	350,0	220,1
$k_{тр.}=0,1$	1526,0	493,8	295,2
$k_{тр.}=0,2$	1994,5	655,5	413,2
$k_{тр.}=0,5$	3731,0	1452,2	887,0

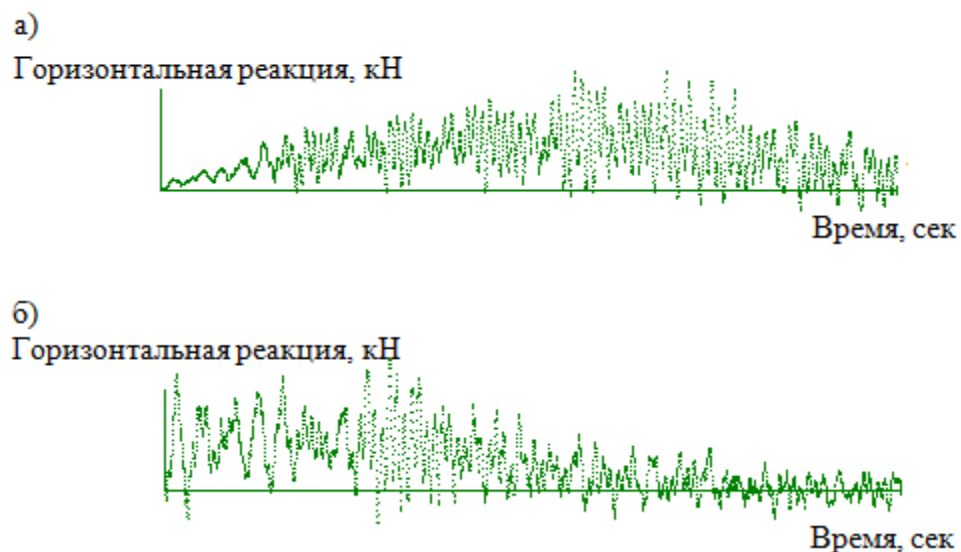
Табл. 7.3

Значения горизонтальной опорной реакции, возникающей в результате воздействия тормозной силы на пролетное строение в случае торможения при съезде с моста. Значения даны в кН

Масса подвижного состава, т	<b>238</b>	<b>119</b>	<b>59,5</b>
Скорость движения ПС <b>50 км/ч</b>			
$k_{тр.}=0$	196,2	88,0	37,5

$k_{тр.}=0,1$	648,8	287,1	168,3
$k_{тр.}=0,2$	1165,6	528,8	302,9
$k_{тр.}=0,5$	3511,5	1242,7	661,8
Скорость движения ПС <b>100</b> км/ч			
$k_{тр.}=0$	347,2	145,6	72,7
$k_{тр.}=0,1$	808,8	307,3	176,1
$k_{тр.}=0,2$	1329,6	564,2	306,0
$k_{тр.}=0,5$	2708,3	1271,0	656,9
Скорость движения ПС <b>400</b> км/ч			
$k_{тр.}=0$	1369,0	350,0	220,1
$k_{тр.}=0,1$	1722,1	557,9	296,9
$k_{тр.}=0,2$	2382,9	829,0	417,4
$k_{тр.}=0,5$	3568,0	1513,6	734,2

Анализируя полученные данные можно сделать вывод о том, что момент начала торможения, коэффициент трения, скорость и масса подвижного состава существенно влияют на изменение значение горизонтальной опорной реакции, в большинстве случаев наибольшее значение горизонтальной реакции получается в случае торможения при съезде с моста. Так, на рис. 7.5а, 7.5б, 7.5в, 7.6 представлены начальные участки графиков изменения горизонтальной опорной реакции от времени (даны для отрезка времени 3 сек.) при скорости движения подвижного состава 100 км/ч, массе подвижного состава 238 т и коэффициенте трения 0,2.





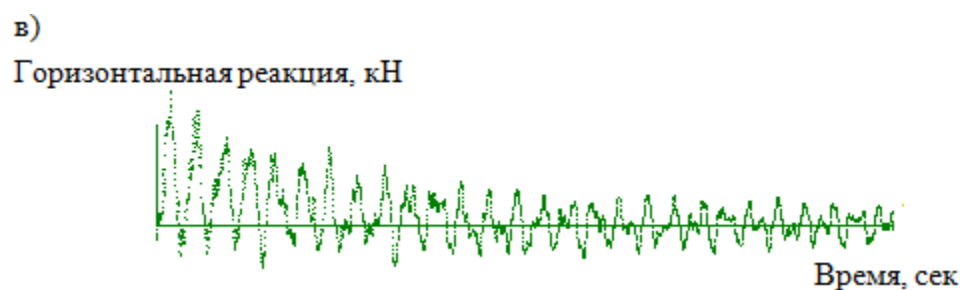


Рис. 7.5 Начальные участки графиков изменения горизонтальной опорной реакции от времени (даны для отрезка времени 3 сек.) при скорости движения подвижного состава 50 км/ч, массе подвижного состава 238 т и коэффициенте трения 0,2: а) торможение при въезде на мост; б) торможение посередине моста; в) торможение при съезде с моста

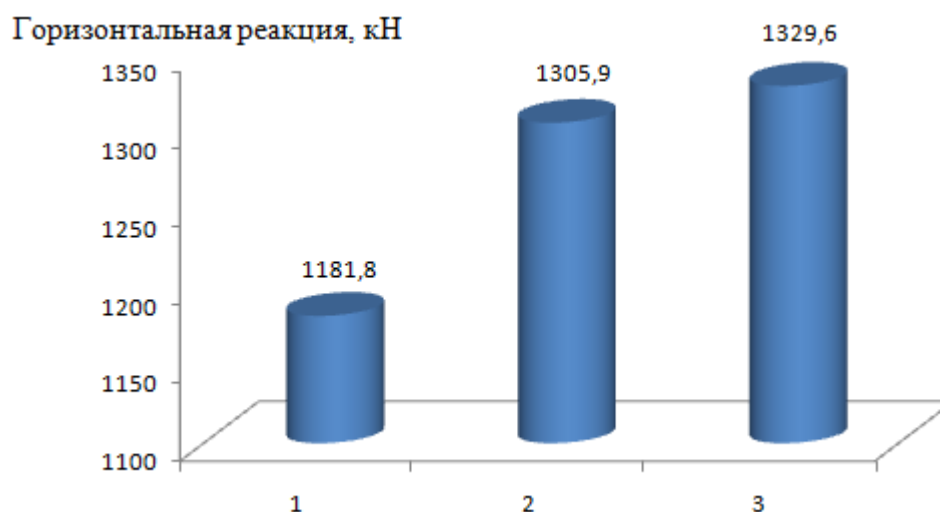


Рис. 7.6 График изменения горизонтальной опорной реакции в зависимости от момента начала торможения при скорости движения подвижного состава 100 км/ч, массе подвижного состава 238 т и коэффициенте трения 0,2: 1 – торможение при въезде на мост; 2 – торможение посередине моста; 3 – торможение при съезде с моста

Данное исследование позволяет сделать вывод о том, что тормозная сила создает довольно значительную горизонтальную опорную реакцию. Также удалось выяснить, что горизонтальная реакция, возникающая только в результате вынужденных колебаний пролетного строения, составляет примерно 26% от полной горизонтальной реакции, возникающей в результате вынужденных колебаний и воздействия тормозной силы.

## Заключение

Проведенное исследование показало, что горизонтальная составляющая опорной реакции при движении по первой форме собственных колебаний составляет примерно половину от вертикальной составляющей, а в некоторых случаях превышает ее. Так, например, для двухпролетной балки горизонтальная составляющая опорной реакции превышает вертикальную составляющую в 1,4 раза, а в случае балки переменного сечения – в 2,2 раза. Причина появления горизонтальной составляющей опорной реакции заключается в том, что опорная часть в реальных балках всегда располагается не на нейтральной оси, а сдвинута вниз. Те же качественные особенности характерны и для разрезных балочных ферм, причем амплитуда горизонтальной опорной реакции в отдельных примерах приближалась к амплитуде вертикальной опорной реакции.

В случае вынужденных колебаний было установлено, что величина горизонтальной опорной реакции достигает существенных значений при движении временной нагрузки. Особенно этот эффект проявляется при скоростях движения, соответствующих скоростному транспорту.

Полученные результаты позволяют оценить влияние значений динамических опорных реакций на напряженно-деформированное состояние всей конструкции.

Очевидно, что подобный эффект должен наблюдаться и для пластин, оболочек, трехмерных тел, в случаях когда горизонтальная связь не совпадает с уровнем нейтрального слоя.

Следующим этапом работы является исследование динамических опорных реакций при совместной работе пролетного строения, опор, и грунтового массива насыпи.



## Список литературы

1. Александров А.В, Потапов В.Д, Зылев В.Б. Строительная механика. В 2 книгах. Книга 2. Динамика и устойчивость упругих систем. М.: «Высшая школа», 2008. – С. 72-108, 189.
2. Зылев В.Б., Алферов И.В. Динамические опорные реакции в уточненных балочных схемах. Труды V Международной научно-практической конференции «Инженерные системы-2012». Под общей редакцией К.А. Пупкова. Москва, 16-18 апреля 2012 г. М.: РУДН, 2012. – С. 105–109.
3. Алферов И.В. Труды научно-практической конференции «Наука МИИТа – транспорту». М.: МИИТ, 2012. – С. II-3.
4. Зылев В.Б., Алферов И.В. Динамические опорные реакции при свободных колебаниях плитно-балочных и ферменных систем. Инженерные сооружения на транспорте. Сборник трудов. Выпуск №4. Под общей редакцией проф. Ю.И. Романова. М.: МИИТ, 2012. – С. 69-71.
5. Зылев В.Б., Алферов И.В. Динамические опорные реакции в плитно-балочных системах, совершающих свободные колебания, при совместной работе пролетного строения и опор. Труды VI Международной научно-практической конференции «Инженерные системы-2013». Под общей редакцией К.А. Пупкова. Москва, 24-26 апреля 2013 г. М.: РУДН, 2013. – С. 21–24.
6. Зылев В.Б., Алферов И.В. Динамические опорные реакции в мостовой ферме при движении подвижной нагрузки. Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: строительство и архитектура. Выпуск 31 (50). Ч.2. Строительные науки. Главный редактор журнала С.Ю. Калашников. ВолгГАСУ, 2013. – С. 333-336.
7. Зылев В.Б. Вычислительные методы в нелинейной механике конструкций. М.: НИЦ «Инженер», 1999. – С. 7, 39–42, 67-73.
8. Зылев В.Б., Штейн А.В. Численное решение задачи о нелинейных колебаниях системы нитей. Строительная механика и расчет сооружений №6, 1986. – С. 58–61.
9. Зылев В.Б., Григорьев Н.А.. Обобщенная модель Прандтля для учета сил внутреннего трения. Строительная механика и расчет сооружений №1, 2011. – С. 58–62.